

# מבחן סיווג במתמטיקה 18.03.2018

מס' סטודנט:  פקולטה:

משך הבחינה 3 שעות. השימוש בחומר עזר כלשהו אסור. מלאו תשובות במסגרות.  
לא תיבדק הדרך, והציון על כל שאלה יהיה 5 נקודות או 0.  
סכום נקודות אפשרי - 100. ציון עובר 55.

---

## ניקוד

	שאלה 1
	שאלה 2
	שאלה 3
	שאלה 4
	שאלה 5
	שאלה 6
	שאלה 7
	שאלה 8
	שאלה 9
	שאלה 10
	שאלה 11
	שאלה 12
	שאלה 13
	שאלה 14
	שאלה 15
	שאלה 16
	שאלה 17
	שאלה 18
	שאלה 19
	שאלה 20
	סה"כ

### שאלה מס' 1

נתון  $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$   $z_2 = 1 - i\sqrt{3}$ .

$$\frac{z_1 z_2}{z_1 + z_2} = \boxed{\phantom{000000}}$$

### שאלה מס' 2

מיצאו  $x$  שעבורו  $\log_2 x + \log_x 2 = 2$

$$x = \boxed{\phantom{000000}}$$

### שאלה מס' 3

מצאו פונקציה  $f(x)$  המקיימת:  $f'(x) = \cos(x)e^{\sin x}$  ו-  $f(0) = 8$ .

$$f(x) = \boxed{\phantom{000000}}$$

### שאלה מס' 4

תנו דוגמה לפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  שמקיימות  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)g(x) = 5$  וגם  $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 0$  וגם  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty$ .  
כתבו כל אחת מן הפונקציות בנוסחה אחת.

$$f(x) = \boxed{\phantom{000000}}$$

$$g(x) = \boxed{\phantom{000000}}$$

### שאלה מס' 5

נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא  $a_1 = \sqrt[3]{2}(\cos(40^\circ) + i \sin(40^\circ))$  והמנה שלה היא  $q = \cos(120^\circ) + i \sin(120^\circ)$ . אזי:

$$|a_1|^3 + |a_2|^3 + |a_3|^3 = \boxed{\phantom{000000}}$$

### שאלה מס' 6

חשבו:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{9^x - 1} = \boxed{\phantom{000}}$$

### שאלה מס' 7

תהא  $f(x) = (1 + x^2)^{18}$ . מהו המקדם של  $x^{10}$  בפולינום שהוא הנגזרת  $f'(x)$ ?

$$a_{10} = \boxed{\phantom{000}}$$

### שאלה מס' 8

כתבו את קבוצת ה- $x$ ים שמקיימים את אי השוויון  $|x - 2| - |x + 4| > 2$  כאיחוד של קטעים, ייתכן אינסופיים.

$$\boxed{\phantom{000}} \cup \boxed{\phantom{000}}$$

### שאלה מס' 9

יהא  $\vec{v} = (1, 0)$

מצאו וקטורים  $\vec{u}, \vec{w}$  בעלי אותו אורך כמו  $\vec{v}$  המקיימים  $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w} = (0, 0)$

$$\vec{u} = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\vec{w} = \boxed{\phantom{000}}$$

### שאלה מס' 10

תנו דוגמה (בנוסחה אחת) לפונקציה  $f(x)$  שחסומה ורציפה בקרן  $(0, \infty)$  ולא מקבלת שם מקסימום.

$$f(x) = \boxed{\phantom{000}}$$

### שאלה מס' 11

כתבו פולינום ממעלה 4 שמתאפס בנקודות 3, 4 וב-  $2i$  וערכו בנקודה 0 הוא 1

$$p(x) = \boxed{\phantom{0000000000}}$$

### שאלה מס' 12

נתונה הפונקציה  $f(x) = -\frac{1}{x} - \sqrt{x}$  המוגדרת בתחום  $(0, \infty)$ . מצאו את הנקודות שבהן הפונקציה מקבלת מקסימום ומינימום. אם אין מקסימום או מינימום כנדרש רשמו במסגרת המתאימה "אין מקסימום" או "אין מינימום".

$$x_{max} = \boxed{\phantom{0000000000}}$$

$$x_{min} = \boxed{\phantom{0000000000}}$$

### שאלה מס' 13

תהא  $f(x) = \ln(\arcsin(x^2 - 1))$ . מהי הפונקציה ההפוכה לה?

$$f^{-1}(x) = \boxed{\phantom{0000000000}}$$

### שאלה מס' 14

נתון  $a = \log_{10} 2$ . הביעו את  $\log_{10} 25$  באמצעות  $a$ .  
(נדרש ביטוי אלגברי שאינו מכיל לוגריתמים).

$$\log_{10} 25 = \boxed{\phantom{0000000000}}$$

### שאלה מס' 15

נסמן  $A_n = \left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n + \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^n$ . חשבו את  $A_n$  עבור  $n = 3k$  כאשר  $k$  טבעי.

$$A_{3k} = \boxed{\phantom{0000000000}}$$

שאלה מס' 16

סדרה  $a_n$  מקיימת:  $a_1 = 1$ ,  $a_n = 3a_{n-1} + 1$ . כתבו נוסחה מפורשת ל- $a_n$ .

$a_n =$

שאלה מס' 17

פתחו סוגריים וצמצמו את הבטוי הבא.

$(x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1) \dots (x^{2^k} + 1)$

שאלה מס' 18

תהא  $a_1, a_2, \dots a_n$  סדרה חשבונית בעלת  $n$  איברים.

נתון כי  $a_1, b_1, a_2, b_2, \dots b_{n-1}, a_n$  היא סדרה חשבונית בעלת  $2n - 1$  איברים. בטאו בעזרת  $n$  את היחס בין סכום האיברים מהצורה  $a_k$  לסכום האיברים מהצורה  $b_k$  בסדרה הנ"ל.

שאלה מס' 19

נתון ישר במרחב  $l: \bar{x} = (5, 0, 2) + t(1, -2, 0)$  נסמן ב- $\pi$  את המישור המכיל את הישר ואת ראשית הצירים. מעגל ב- $\pi$  משיק לישר ומרכזו בראשית הצירים. מצאו את רדיוס המעגל.

radius =

## שאלה מס' 20

תלמיד טען שהוא יכול להוכיח באינדוקציה שלכל הסוסים אותו צבע.

הוכחה:

בסיס: עבור סוס אחד הטענה נכונה.

נוכיח שאם ל- $n - 1$  סוסים יש אותו צבע אז זה נכון ל- $n$  סוסים.

הוכחה:

נתונים  $n$  הסוסים  $h_1, h_2, \dots, h_n$

ע"פ הנחת האינדוקציה, ל- $n - 1$  הסוסים  $h_1, h_2, \dots, h_{n-1}$  אותו צבע וגם ל- $n - 1$  הסוסים  $h_2, \dots, h_n$  אותו צבע.

מסקנה: לכל הסוסים יש אותו צבע.

האם הוא צדק? אם לא, מהי הטעות שלו?