

מבחן סיווג במתמטיקה 19.03.2017

מס' סטודנט: פקולטה:

משך הבחינה 3 שעות. השימוש בחומר עזר כלשהו אסור. מלאו תשובות במסגרות. מחוץ לשאלה 20, לא תיבדק הדרך. הציון על כל סעיף של שאלה יהיה 5 נקודות או 0. סכום נקודות אפשרי - 100. ציון עובר 55.

ניקוד

	שאלה 1
	שאלה 2
	שאלה 3
	שאלה 4
	שאלה 5
	שאלה 6
	שאלה 7
	שאלה 8
	שאלה 9
	שאלה 10
	שאלה 11
	שאלה 12
	שאלה 13
	שאלה 14
	שאלה 15
	שאלה 16
	שאלה 17
	שאלה 18
	שאלה 19
	שאלה 20
	סה"כ

שאלה מס' 1

כדור נופל מגובה של $10000m$, בתאוצה של 10 מטר לשנייה בריבוע. כמה זמן ייקח לו להגיע לקרקע?

$$t = \boxed{20\sqrt{5}}$$

שאלה מס' 2

נתון $a = \log_6 2$ הביעו את $\log_6 9$ באמצעות a

$$\log_6 9 = \boxed{\log_6 3^2 = 2 \log_6 \frac{6}{2} = 2(\log_6 6 - \log_6 2) = 2(1 - a)}$$

שאלה מס' 3

נתון ש- $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. מצאו את $\sin 4\alpha$.

$$\sin 4\alpha = \boxed{0}$$

שאלה מס' 4

תנו דוגמה לפונקציה לא קבועה $f(x)$ המקיימת $f(3) = 10$, ו- $f^{(n)}(3) = 0$ עבור $n = 1, 2, 3$. היא הנגזרת ה- n -ית של $f(x)$.

$$f(x) = \boxed{(x - 3)^4 + 10}$$

פתרון: יתכנו פתרונות נכונים נוספים

שאלה מס' 5

יהא l המשיק לגרף של הפונקציה $f(x) = \frac{1}{1+x}$ בנקודה $(0, 1)$. איזה נקודה (x, y) על הישר l היא הקרובה ביותר לנקודה $(2, 2)$

$$\boxed{\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)}$$

שאלה מס' 6

הפונקציה $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ נקראת "סינוס היפרבולי" ומסומנת ב- $\sinh x$. חשבו את $\sinh(\ln 2)$.

$$\sinh(\ln 2) = \boxed{\frac{e^{\ln 2} - e^{-\ln 2}}{2} = \frac{2 - \frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4}}$$

פתרון: $e^{\ln x} = x$ וגם $-\ln x = \frac{1}{x}$

שאלה מס' 7

תנו דוגמה לפונקציה $f(x)$ המקיימת $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$ ו- $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = \infty$.

$$f(x) = \boxed{\sqrt{x}}$$

פתרון: יתכנו פתרונות נכונים נוספים

שאלה מס' 8

מצאו פונקציה $f(x)$ המקיימת: $f'(-1) = 2$ ו- $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3+3x+5}$.

$$f(x) = \boxed{\frac{1}{3} \ln |x^3 + 3x + 5| + 2}$$

שאלה מס' 9

הוקטורים \vec{u} ו- \vec{v} מקיימים: $|\vec{u}| = |\vec{v}| = 1$ וגם $\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2}$ מצאו את הזווית α בין הוקטורים. כתבו את התשובה ברדיאנים.

$$\alpha = \boxed{\frac{\pi}{3}}$$

שאלה מס' 10

מצאו פרמטר (מספר) A שעבורו השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x) = \frac{\cos x}{A}$ ו- $g(x) = -A \cos x$ מינימאלי. מצאו שטח זה.

$$A = \boxed{1} \quad S = \boxed{4}$$

שאלה מס' 11

כדור נופל מגובה של $100m$, פוגע בקרקע ומתרומם שוב לגובה שקטן ב- 25% מן הגובה ממנו נפל וחוזר חלילה. מהו סכום המרחקים שעובר הכדור, בירידות ובעליות שלו.

$$S = \boxed{700}$$

פתרון: בירידות סדרה הנדסית שבה $q = 0.75$ ו- $a_1 = 100$ $S_1 = 400$
 בעליות סדרה הנדסית שבה $q = 0.75$ ו- $a_1 = 75$ $S_2 = 300$
 המרחק הכולל הינו הסכום של הסדרות ההנדסיות האינסופיות

שאלה מס' 12

חשבו את $\frac{\log_9 1024}{\log_{27} 256}$

$$\frac{\log_9 1024}{\log_{27} 256} = \frac{\log_9 2^{10}}{\log_{27} 2^8} = \frac{10 \log_9 2}{8 \log_9 2} = \frac{5}{4} \log_9 (\sqrt{9})^3 = \frac{15}{8}$$

שאלה מס' 13

מהו המקדם של x^5 בפולינום $(x^2 + 2x + 1)^6$?

$$\boxed{\binom{n}{k}}$$

פתרון: מתקיים: $(x^2 + 2x + 1)^6 = ((x + 1)^2)^6 = (x + 1)^{12}$ ובעת לפי נוסחאת הבינום

שאלה מס' 14

חשבו $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(5h^{14})}{1 - \cos(8h^7)}$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(5h^{14})}{5h^{14}} \right) \left(\frac{4h^7}{\sin(4h^7)} \right)^2 \left(\frac{5}{32} \right) = \frac{5}{32}$$

פתרון: משתמשים בטענות הבאות:

$$\cos(8h^7) = \cos(2(4h^7)) = 1 - 2 \sin^2(4h^7)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin h}{h} = 1$$

שאלה מס' 15

תהא $f(x) = (x + 5)^6(x + 4)^5$. חשבו את $f^{(6)}(-5)$ (הנגזרת השישית של f בנקודה (-5)).

$$f^{(6)}(-5) = \boxed{-6!}$$

שאלה מס' 16

מצאו את הנקודה (a, b, c) על הישר $z = 2y = 3x$ הקרובה ביותר לנקודה $(0, 1, 2)$.

$$a = \boxed{\frac{30}{49}} \quad b = \boxed{\frac{45}{49}} \quad c = \boxed{\frac{90}{49}}$$

שאלה מס' 17

מהי המנה של טור גיאומטרי שהאיבר הראשון שלו חיובי וסכום עשרה האיברים הראשונים שלו הוא 0?

$$q = \boxed{-1}$$

שאלה מס' 18

כתבו את קבוצת ה- x ים שמקיימים את אי השוויון $|x^2 - 5| < 4$ כאיחוד של קטעים, ייתכן אינסופיים. (אין חובה להשתמש בכל שלוש המסגרות)

$$\boxed{(-3, -1)} \cup \boxed{(1, 3)} \cup \boxed{*}$$

שאלה מס' 19

נתונה הפונקציה $f(x) = \log_4(\sqrt{x} + 1)$ מצאו את $(f^{-1}(1))'$

$$(f^{-1}(1))' = \boxed{4! \ln 4}$$

שאלה מס' 20

תנו דוגמא לפונקציה $f(x)$ כך שהישר $y = x$ משיק לגרף הפונקציה בנקודה $(0, 0)$ ונמצא מעל לגרף הפונקציה

$$f(x) = \boxed{\ln(x + 1)}$$

פתרון: יתכנו פתרונות נכונים נוספים