

מבחן סיווג במתמטיקה 14.03.19

משך המבחן: שלוש שעות.

ללא חומר עזר

במבחן 20 שאלות. משקל כל שאלה 5 נקודות.

יש לענות על כל השאלות, על גבי טופס התשובות.

תשובות שיסומנו על טופס המבחן לא ייבדקו.

בהצלחה!

שאלה מספר 1:

הפונקציה היא $f(x) = 4\left(\sin\frac{\pi x}{2}\right)^2 + 1$

- א. מחזורית עם מחזור $T=2\pi$
- ב. פונקציה אי זוגית.
- ג. מחזורית עם מחזור $T=2$
- ד. בעלת אסימפטוטה משופעת $y=2x+1$
- ה. מחזורית עם מחזור $T=\pi$

שאלה מספר 2:

נתון $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ הביטוי $\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha$ שווה:

- א. $\frac{1}{2}$
- ב. $\frac{1}{8}$
- ג. $\frac{3}{4}$
- ד. $\frac{5}{8}$
- ה. $\frac{11}{16}$

שאלה מספר 3:

נסמן $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$ אם $f(x) \ll g(x)$ בדיוק אחת מן הטענות הבאות נכונה. מהי?

- א. $x \ll x^2 \ll x^2 \ln x \ll e^{x \ln x}$
- ב. $\sqrt{x} \ll \ln x \ll \ln(\ln x) \ll e^{x \ln x}$
- ג. $x \ll (\ln x)^{100} \ll \ln^{200}(\ln x) \ll e^{x^2}$
- ד. $e^{x^2} \ll e^{x \ln x} \ll e^{(\ln x)^2}$
- ה. $e^x \ll x^{100} \ll \ln^{100}(\ln x)$

שאלה מספר 4:

משוואת המישור העובר בנקודות $M_1: (3,5,1)$; $M_2: (2,3,0)$ ומקביל לווקטור $\vec{v} = (7,11,5)$ היא:

א. $3x - 2y + z = 0$

ב. $7x - y - 5z = 11$

ג. $x - 2y + 3z = -4$

ד. $5x - y - 3z = 7$

ה. $x - y + z = -1$

שאלה מספר 5:

נתון הפולינום $p(z) = z^6 + z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z$ אזי:

א. $z=0$ הוא השורש הממשי היחיד.

ב. סכום השורשים הלא ממשיים הוא אפס.

ג. סכום שורשי הפולינום הוא אחד.

ד. סכום שורשי הפולינום הוא אפס.

ה. $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ הוא לא שורש של הפולינום.

שאלה מספר 6:

תהא a_n סדרה חשבונית כך ש- $a_1=2$; $a_{100}=299$

הסכום $a_1^2 - a_2^2 + a_3^2 - a_4^2 + \dots + a_{99}^2 - a_{100}^2$ שווה

א. 301

ב. -45150

ג. 15005

ד. 0

ה. -297

שאלה מספר 7:

יהא $p(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ פולינום שמקדמיו מהווים סדרה חשבונית, כאשר $a_2 \neq 0$.

נתון שאחד משורשיו הוא -1 . השורש השני הוא:

א. 3

ב. 2

ג. 0

ד. -1

ה. 1

שאלה מספר 8:

יהיו z_1, z_2 מספרים מרוכבים המקיימים $|z_1| = |z_2| = 2$ וגם $\arg(z_1) + \arg(z_2) = \frac{\pi}{2}$

אזי מכפלתם שווה:

א. 0

ב. $4i$

ג. 1

ד. i

ה. $2i$

שאלה מספר 9:

נגדיר $a = 1.0027 + 0.000027 + 0.00000027 + \dots$ אזי $1100a$ שווה:

א. 27

ב. 2707

ג. 1027

ד. 1103

ה. 1127

שאלה מספר 10:

ההפרש בין הערך המקסימלי והערך המינימלי של הפונקציה $f(x) = \left| \sin x - \frac{3}{4} \right|$ הוא:

א. $\frac{7}{4}$

ב. $\frac{3}{4}$

ג. $\frac{5}{4}$

ד. $\frac{9}{2}$

ה. 2

שאלה מספר 11:

הגבול $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos(x)}{x - \frac{\pi}{2}}$ שווה ל:

א. 0

ב. -1

ג. ∞

ד. 2

ה. $\frac{1}{2}$

שאלה מספר 12:

הגבול $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^{x+1} + 5^{x+1}}{4^x + 5^x}$ שווה ל:

א. 5

ב. ∞

ג. 0

ד. $\frac{1}{5}$

ה. $\frac{1}{4}$

שאלה מספר 13:

הביטוי $\frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ שווה ל-

א. $\frac{55}{9900}$

ב. $\frac{1}{100}$

ג. 1

ד. $\frac{49}{100}$

ה. $\frac{1}{20}$

שאלה מספר 14:

סכום המקדמים בפיתוח של הביטוי $(x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3)^{2019}$ הוא:

א. 0

ב. 100

ג. 2

ד. 1

ה. 2019

שאלה מספר 15:

פתרונות המשוואה: $|x|^2 + 3|x| - 10 \leq 0$ הם:

א. אין פתרון

ב. $-2 \leq x \leq 2$

ג. $-5 \leq x \leq 5$

ד. $0 \leq x \leq 2$

ה. המשוואה מתקיימת לכל x

שאלה מספר 16:

תהא $f(x)$ פונקציה המוגדרת לכל $x < 1$ המקיימת $f(0) = 1$ וגם $f'(x) = \frac{1+x^2}{1-x}$ אזי $f(-2)$

שווה:

א. $\ln(2)$

ב. $1 - \ln(9)$

ג. $-\frac{5}{4} - \ln(3)$

ד. $\frac{5}{2} + \ln(4)$

ה. 1

שאלה מספר 17:

איזו טענה מבין הבאות **אינה** נכונה :

א. לכל x ממשי $\sin x \leq x$

ב. לכל x ממשי $\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$

ג. לכל x ממשי $\cos^2 x + \cos^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$

ד. לכל x ממשי $\sin^2 x \leq x^2$

ה. לכל x ממשי $|\sin x| \leq |x|$

שאלה מספר 18:

תהא $f(x) = e^{2 \sin x}$ בתחום $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ אזי בהכרח:

א.

ב. $(f^{-1})'(0) = 2$

ג. $(f^{-1})'(1) = 0$

ד. $(f^{-1})'(0) = \frac{1}{2}$

ה. $(f^{-1})'(1) = \frac{1}{2}$

ו. $(f^{-1})'(1) = \frac{1}{4}$

שאלה מספר 19:

יהא $a > 0$ ממשי נתון. המשוואה $\log_a x \cdot \log_3 a = \log_a a^3$ מתקיימת עבור x שווה:

א. 3

ב. 27

ג. $\frac{1}{3}$

ד. 1

ה. a^3

שאלה מספר 20:

תהא $f(x) = (x^2 + a)e^x$ אזי

א. $f(x)$ מונוטונית עולה ממש עבור $a > 1$.

ב. $f(x)$ מונוטונית עולה לכל a ממשי.

ג. $f(x)$ חסומה לכל a ממשי.

ד. לכל $a > 0$ הפונקציה מקבלת מינימום ב- $x = 0$

ה. $f(x)$ מונוטונית יורדת לכל a ממשי.