

שאלה מס' 1

יהא a מספר חיובי. חשבו את

$$\log_{a^3} \sqrt{a} = \boxed{\log_{a^3} (a^3)^{1/6} = \frac{1}{6}}$$

שאלה מס' 2

נתון ש- $\sin \alpha = x$. בטאו בעזרת x את $\cos 2\alpha$.

$$\cos 2\alpha = \boxed{1 - 2x^2}$$

שאלה מס' 3

מצאו פונקציה $f(x)$ המקיימת $f'(x) = \frac{\sin(\ln x)}{x}$ ו- $f(1) = 7$.

$$f(x) = \boxed{-\cos(\ln x) + 8}$$

פתרון:

$$f(x) = \int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx = \int \sin(\ln x) d(\ln x) = -\cos(\ln x) + c$$

נציב $f(1) = 7$ ונקבל $c = 8$.
בדקו ע"י גזירת הפונקציה.

שאלה מס' 4

נתונה סדרה גיאומטרית (הנדסית) אינסופית. כל איבר בסדרה שווה למחצית סכום האיברים שאחריו. נתון שסכום הסדרה הוא 2. מצאו את האיבר השני של הסדרה.

$$a_2 = \boxed{\frac{4}{9}}$$

פתרון:

$$a_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{a_2}{1-q} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{a_1 q}{1-q} \right)$$

לכן: $q = \frac{2}{3}$ כמו כן:

$$2 = \frac{a_1}{1-q}$$

לכן: $a_1 = \frac{2}{3}$ וגם: $a_2 = a_1 q = \frac{4}{9}$

שאלה מס' 5

מצאו פרמטר (מספר) a שעבורו מתקיים $\lim_{x \rightarrow \infty} 2\sqrt{x}(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-1}) = 2$

$$a = \boxed{1}$$

פתרון:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} 2\sqrt{x}(\sqrt{x+a} - \sqrt{x-1}) = \lim_{x \rightarrow \infty} 2\sqrt{x} \frac{a+1}{\sqrt{x+a} + \sqrt{x-1}} = a+1$$

שאלה מס' 6

תנו דוגמה לפונקציה $f(x)$ שמתאפסת ב- $x=0$, שמקבלת מקסימום מקומי ב- $x=1$ ומינימום מקומי ב- $x=-1$, ואינה קבועה בשום קטע. כתבו את הפונקציה בנוסחה אחת.

$$f(x) = \boxed{\sin \frac{\pi}{2}x}$$

פתרון: יתכנו פתרונות נכונים נוספים

שאלה מס' 7

מצאו את השטח של משולש שקודקודו בראשית ושתי צלעותיו הן הוקטורים $\vec{u} = (a, b)$ ו- $\vec{v} = (-b, a)$.

$$S = \boxed{\frac{a^2+b^2}{2}}$$

פתרון:

נשים לב $uv = 0$ וגם $|u| = |v| = \sqrt{a^2 + b^2}$ לכן זהו משולש שווה שוקיים ישר זווית

שאלה מס' 8

מצאו פונקציה $f(x)$ המקיימת: $f'(x) = \frac{x^3-x+1}{x^2-1}$ ו- $f(2) = 3$.

$$f(x) = \boxed{\frac{1}{2}(x^2 + \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|) + 1 + \ln \sqrt{3}}$$

פתרון:

$$f(x) = \int \frac{x^3 - x + 1}{x^2 - 1} dx = \int x + \frac{1}{x^2 - 1} d(x) = \int x + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} \right) d(x)$$

נציב $f(2) = 3$ ונקבל $c = 1 + \ln \sqrt{3}$.
בדקו ע"י גזירת הפונקציה.

שאלה מס' 9

חשבו את הגבול

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\tan(\frac{\pi}{4} + 2h) - \tan(\frac{\pi}{4})}{h} = \boxed{4}$$

פתרון: נכפול מונה ומכנה ב-2 ונקבל:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{\tan(\frac{\pi}{4} + 2h) - \tan(\frac{\pi}{4})}{2h} \right] 2$$

הביטוי בסוגריים המרובעים הוא נגזרת של הפונקציה $f(x) = \tan x$ בנקודה $\pi/4$ שהיא: $\frac{1}{\cos^2(\frac{\pi}{4})}$ ואת זה יש להכפיל ב 2

שאלה מס' 10

נתון שהמשיק לגרף של הפונקציה $f(x) = \sqrt{x}$ בנקודה (a, \sqrt{a}) חותך את ציר y בנקודה $(0, 2)$ מהו a ?

$$a = \boxed{16}$$

פתרון:

המשיק של גרף הפונקציה בנקודה a הוא: $y = f(a) + f'(a)(x - a)$

שאלה מס' 11

מהי קבוצת הפתרונות של:

$$|x - 1|^2 + |x - 3|^2 \leq 2$$

$$\boxed{x = 2}$$

שאלה מס' 12

מצאו נקודה במישור שנמצאת במרחק 3 מן הנקודה $(1, 1)$ וגם מן הנקודה $(4, 4)$

$$\boxed{(4, 1) \text{ או } (1, 4)}$$

שאלה מס' 13

חשבו את

$$e^{5 \ln 2} = \boxed{e^{\ln 2^5} = 2^5 = 32}$$

שאלה מס' 14

נתון $f'(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ ו- $g(x) = f(x) - f(\ln x + 1)$ אזי:

$$g'(1) = \boxed{0}$$

פתרון:

$$g'(x) = f'(x) - f'(\ln x + 1) \frac{1}{x}$$

שאלה מס' 15

תנו דוגמא לפונקציה המקיימת את שני התנאים הבאים:

• $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$

• הגבול $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ לא סופי

$$f(x) = \boxed{\ln x}$$

פתרון: יתכנו פתרונות נכונים נוספים

שאלה מס' 16

תנו דוגמא לשני מספרים אי רציונליים שונים שמכפלתם היא מספר רציונלי

$$a = \boxed{\sqrt{2}}$$

$$b = \boxed{\sqrt{8}}$$

פתרון: יתכנו פתרונות נכונים נוספים

שאלה מס' 17

נתונה סדרה המקיימת $a_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n + 1$. חשבו את סכום 20 אברי הסדרה הראשונים.

$$S_{20} = \boxed{2^{21} - 22 = 2,097,130}$$

שאלה מס' 18

מהי הסיפרה האחרונה של 2^{1000} ?

6

שאלה מס' 19

נתון ששלושת שורשיו של הפולינום $p(x) = x^3 + kx + 16$ הם a, a, b מצאו את k

$k =$

שאלה מס' 20

מצאו את התמונה של הפונקציה $f(x) = \sin x - \cos x$

רמז: ניתן להשתמש בזהות $\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha-\beta}{2} \cos \frac{\alpha+\beta}{2}$

פתרון:

$$f(x) = \sin x - \cos x = \sin x - \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \cos \frac{\pi}{4} = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$