

## מבחן סיווג במתמטיקה 30.06.2017

מס' סטודנט:  פקולטה:

משך הבחינה 3 שעות. השימוש בחומר עזר כלשהו אסור. מלאו תשובות במסגרות. מחוץ לשאלה 20, לא תיבדק הדרך. הציון על כל סעיף של שאלה יהיה 5 נקודות או 0. סכום נקודות אפשרי - 100. ציון עובר 55.

---

### ניקוד

	שאלה 1
	שאלה 2
	שאלה 3
	שאלה 4
	שאלה 5
	שאלה 6
	שאלה 7
	שאלה 8
	שאלה 9
	שאלה 10
	שאלה 11
	שאלה 12
	שאלה 13
	שאלה 14
	שאלה 15
	שאלה 16
	שאלה 17
	שאלה 18
	שאלה 19
	שאלה 20
	סה"כ

### שאלה מס' 1

$\alpha$  ו- $\beta$  הן הזוויות החדות במשולש ישר זווית. נסמן  $m = \tan(\alpha)$   
בטאו בעזרת  $m$  את  $\tan(\beta)$

$$\tan(\beta) = \boxed{\tan(90 - \alpha) = \frac{\sin(90-\alpha)}{\cos(90-\alpha)} = \frac{1}{\tan(\alpha)} = \frac{1}{m}}$$

### שאלה מס' 2

מיצאו  $x$  כך ש  $81^x 2^{4x} = 2^x 6^{3x} 3$

$$\boxed{x = 1}$$

פיתרון:

$$0 = 81^x 2^{4x} - 2^x 6^{3x} 3 = (3^4)^x 2^{4x} - 2^x (3 * 2)^{3x} 3 = 3^{4x} 2^{4x} - 2^{4x} 3^{3x} 3 = 2^{4x} 3^{3x} (3^x - 3)$$

### שאלה מס' 3

תהא  $a_n$  סדרה, ונסמן ב- $S_n$  את סכום  $n$  האיברים הראשונים בה (הסדרה מתחילה ב- $a_1$ ).  
נתון ש  $b \neq 0, S_{n+1} = bS_n + S_1$ .  
מצאו נוסחא סגורה ל- $a_n$  (מבוטא ע"י המספר  $b$  והאיבר  $a_1$ ).

$$a_n = \boxed{a_1 b^{n-1}}$$

### שאלה מס' 4

מצאו פונקציה  $f(x)$  המקיימת:  $f'(x) = \frac{x^4}{x^2+1}$  ו- $f(0) = 2$ .

$$f(x) = \boxed{\frac{x^3}{3} - x + \arctan x + 2}$$

פתרון: נשים לב ש-  $f'(x) = x^2 - 1 + \frac{1}{x^2+1}$  ונבצע אינטגרציה

### שאלה מס' 5

נתון משולש שווה צלעות שאורך צלעו שווה  $a$ .  
מחברים את אמצעי הצלעות כך שמתקבל משולש שווה צלעות נוסף.  
חוזרים על פעולה זו אינסוף פעמים כך שמתקבלת סדרה אינסופית של משולשים שווים צלעות.  
מהו סכום הקיפיהם?

$$P = \boxed{6a}$$

פיתרון: סכום סדרה הנדסית אינסופית שבה  $a_1 = 3a$  ו- $q = 0.5$

### שאלה מס' 6

מצאו פונקציה  $f(x)$  שנגזרתה היא  $\cos^4(x)$  (רמז - השתמשו בנוסחה לקוסינוס של פעמיים זווית).

$$f(x) = \frac{1}{4} \left( \frac{\sin(4x)}{8} + \frac{x}{2} + \sin(2x) + x \right)$$

### שאלה מס' 7

מצאו פולינום ממעלה 3 שמתאפס בנקודות  $x = 1, x = 2, x = 3$ , והמקדם של  $x^2$  בו הוא 1.

$$p(x) = -\frac{1}{6}(x-1)(x-2)(x-3)$$

### שאלה מס' 8

חשבו את

$$\cos^4(80^\circ) + 2 \cos^2(10^\circ) \cos^2(80^\circ) + \cos^4(10^\circ)$$

$$\cos^4(80^\circ) + 2 \cos^2(10^\circ) \cos^2(80^\circ) + \cos^4(10^\circ) = (\cos^2(80^\circ) + \cos^2(10^\circ))^2 = (\cos^2(80^\circ) + \sin^2(80^\circ))^2 = 1$$

הערה: השתמשו בזהות  $\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$

### שאלה מס' 9

רכבת יוצאת מתל אביב לחיפה ונוסעת במהירות 120 קמ"ש. באותו רגע יוצאת גם רכבת מחיפה לתל אביב ונוסעת במהירות 80 קמ"ש. זבוב יוצא מחיפה באותו זמן ששתי הרכבות יוצאות לדרכן, והוא טס במהירות 200 קמ"ש. כשהוא מגיע לרכבת שממול, הוא משנה כיוון וחוזר באותה מהירות בכיוון ההפוך. מהו המרחק שעובר הזבוב עד לפגישת שתי הרכבות? (כמובן, על פסים מקבילים)

המרחק בין חיפה לת"א.  
אפשר להניח  $100km$

### שאלה מס' 10

מצאו פולינום  $p(x)$  ממעלה 3, שמתאפס רק בנקודות 1, -1 ו-0,  $p(x) \geq 0$  לכל  $x \leq 1$ .

$$p(x) = -(x+1)^2(x-1)$$

### שאלה מס' 11

יהא  $\vec{a} = (3, 4, 0)$ . מצאו שני וקטורים  $\vec{b}, \vec{c}$  המקיימים:  $|\vec{b}| = |\vec{c}| = |\vec{a}|$  ו:  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ . כתבו רק את  $\vec{b}$ .

$$\vec{b} = \boxed{\frac{1}{2}(-3 - 4\sqrt{3}, -4 + 3\sqrt{3}, 0)}$$

פיתרון: מתקיים  $\vec{a}\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos(60^\circ)$  וגם  $|\vec{b}| = 5$

### שאלה מס' 13

תנו דוגמה לפונקציה  $f(x)$  המקיימת:  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x+1) - f(x)) = 0$ .

$$f(x) = \boxed{\sqrt{x}}$$

### שאלה מס' 14

מצאו סדרה הנדסית אינסופית  $a_n$  שאיברה הראשון הוא  $a_1 = 1$ , וסכומה הוא 100.

$$a_n = \boxed{(0.99)^{n-1}}$$

פיתרון: סכום סדרה הנדסית אינסופית  $S = \frac{a_1}{1-q}$

### שאלה מס' 15

חשבו את השטח בין הגרפים של הפונקציות  $\sin x, \cos x$  בקטע  $[\frac{\pi}{2}, 2\pi]$

$$S = \boxed{2(1 + \sqrt{2})}$$

פתרון: מוצאים נקודות חיתוך שבתחום זה היא רק  $\frac{5\pi}{4}$  ומבצעים אינטגרל מסויים בקטע.

### שאלה מס' 16

במשולש ישר זווית  $\angle ABC = 90$  נתון  $A(1, 3, 2)$ ;  $B(4, -1, 0)$ . מצאו את הקודקוד C אם נתון שהוא נמצא על הישר:  $L(t) = (0, 3, 2) + t(2, 0, 1)$

$$C(16, 3, 10)$$

### שאלה מס' 17

תנו דוגמא לפונקציות  $f(x)$  ו-  $g(x)$  כך מתקיים  
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+f(x)}{1+g(x)} = 0$  וגם  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$

$$f(x) = \boxed{x^2 - 1}$$

$$g(x) = \boxed{x - 1}$$

### שאלה מס' 18

תהא  $f(x)$  פונקציה הפיכה המקיימת  $f(1) = 10, f'(1) = 3$  מצאו את משוואת המשיק לפונקציה ההפוכה בנקודה  $(1, 10)$

$$y = \boxed{1 + \frac{1}{3}(x - 10)}$$

### שאלה מס' 19

פי כמה גדול שטח משולש שווה צלעות משטח העיגול החסום בו

$$\boxed{\frac{3\sqrt{3}}{\pi}}$$

### שאלה מס' 20

פי כמה גדול ההיקף של משולש שווה צלעות מהיקף המעגל החסום בו

$$\boxed{\frac{3\sqrt{3}}{\pi}}$$