

תרגילים בנושא פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

תרגיל 1: מהי קבוצת הפתרונות של $2^x \leq e^x$

פתרון: עבור $x = 0$ מתקיים $2^x = e^x = 1$.
לכל $x > 0$, מתקיים שאם $a < b$ אז $a^x < b^x$. לכן, כיוון ש- $2 < e$ מתקיים $2^x < e^x$.
עבור $x < 0$, נסמן $t = -x$ ומתקיים $t > 0$. במקרה זה, $e^x = \left(\frac{1}{e}\right)^t$, $2^x = \left(\frac{1}{2}\right)^t$, וכיוון ש- $\frac{1}{2} > \frac{1}{e}$, מתקיים $2^x = \left(\frac{1}{2}\right)^t > \left(\frac{1}{e}\right)^t = e^x$.
לכן קבוצת הפתרונות היא $[0, \infty)$.

פתרון תרגיל 2:

א.

$$\log_{e^5} e = \frac{\ln e}{\ln e^5} = \frac{1}{5}$$

ב.

$$\log_2 e \cdot \ln 64 = \frac{\ln e}{\ln 2} \ln 2^6 = 6$$

ג.

$$\frac{\log_{1000} e}{\log_{10} e} = \frac{\frac{\ln e}{\ln 1000}}{\frac{\ln e}{\ln 10}} = \frac{1}{3}$$

ד.

$$(\log_{10} \sqrt{e})(\ln 10) = \frac{\ln e^{\frac{1}{2}}}{\ln 10} \cdot \ln 10 = \ln(e^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2}$$

פתרון א-ד: נשנה את הבסיס ל- e ונקבל את הדרוש.

ה.

$$\frac{\log_{\sqrt{1000}} e}{\log_{10} e} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

פתרון: נשנה את הבסיס של הביטוי במונה ל- 10 ונקבל את הדרוש.

ו.

$$(\log_{10} e)(\ln 10) = \frac{\ln e}{\ln 10} \cdot \ln 10 = \ln(e) = 1$$