

## פתרון תרגילים בנושא אינטגרלים

### שאלה מס' 1

$$\int \frac{x}{x^2+1} dx = \frac{1}{2} \int \frac{2x}{1+x^2} dx = \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$$

הביטוי במונה הוא נגזרת של הביטוי במכנה.

### שאלה מס' 2

$$\int \frac{x^2}{x^2+1} dx = \int \frac{x^2+1-1}{x^2+1} dx = \int (1 - \frac{1}{x^2+1}) dx = x - \arctan x + C$$

### שאלה מס' 3

חשבו

$$\int \frac{x^3}{x^2+1} dx = \int \left( x - \frac{x}{x^2+1} \right) dx = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \ln(x^2+1) + C$$

בפתרון השתמשנו בחילוק פולינומים ובתוצאה משאלה 1

### שאלה מס' 4

חשבו

$$\int \frac{x}{x+1} dx = \int \frac{x+1-1}{x+1} dx = \int (1 - \frac{1}{x+1}) dx = x - \ln(x+1) + C$$

### שאלה מס' 5

א. מהו השטח בין גרף הפונקציה  $\sin 2x$  לבין ציר ה- $x$ , בתחום  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ?

$$S = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx = 2$$

שטח הוא מספר חיובי. בשאלה הזאת גם אם הגרף מתחת לציר  $x$  השטח נחשב לחיובי. חלקו את התחום לשני חלקים.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx = -\frac{\cos 2x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2} (\cos 2(\frac{\pi}{2}) - \cos 0) = 1$$

ב.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx = 0$$

פונקציה אי זוגית בתחום סימטרי סביב אפס

## שאלה מס' 6

מצאו פונקציה  $f(x)$  המקיימת  $f'(x) = e^x \sqrt{2 + e^x}$  ו- $f(1) = 17$ .

**פתרון:** נחשב את הפונקציה הקדומה של הנגזרת הנתונה, בעזרת הצבה  $t = e^x$  ואז  $dt = e^x dx$

$$\int e^x \sqrt{2 + e^x} dx = \int \sqrt{2 + t} dt = \frac{2}{3} (2 + t)^{3/2} + C = \frac{2}{3} (2 + e^x)^{3/2} + C$$

ועכשיו ציב את הנתון  $f(1) = 17$  כדי למצוא את  $C$ :  $C = 17 - \frac{2}{3} (2 + e)^{3/2}$  ונקבל  $f(x) = \frac{2}{3} (2 + e^x)^{3/2} + 17 - \frac{2}{3} (2 + e)^{3/2}$